Α΄ ΤΑΞΗ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΚΑΙ 2ου ΒΑΘΜΟΥ

(ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ)

Α. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

1. $3(x+1)-(2+x)=3+2(x-2)$
2. $5x+\frac{4x+2}{3}=7\left(x+\frac{2}{21}\right)-\frac{2x}{3}$
3. $(x+1)^2-2x(x+3)=x(1-x)+6$

Β. Δίνεται η εξίσωση: $(\lambda^{2020}+\mu^{2021}+\lambda\mu-1)x=(\lambda+1)^2+(\mu-1)^2$

Αν η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις, να βρεθούν οι τιμές των λ και μ.

Γ. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ($\widehat{A=90°}$) με πλευρές $\alpha=x+3$, $\beta=x+2$ και $\gamma=x+1$. Να δείξετε ότι ο αριθμός x έχει μοναδική ακέραια τιμή (Πυθαγόρειο θεώρημα: $\alpha^2=\beta^2+\gamma^2$).

Δ. Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις:

1. $x+1+\frac{3-x}{1+x}=3$
2. $(x-1)^2+(x-2)^2=(x-3)^2+x+2$
3. $x^2-2ax+a^2-\beta^2=0$

Ε. Δίνεται η εξίσωση: $x^2+x+\lambda=0$. Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε η εξίσωση:

α. να έχει πραγματικές λύσεις

β. να είναι αδύνατη

γ. να έχει μια διπλή ρίζα την οποία και να βρείτε.

ΣΤ. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x - 1 = 0$ με ρίζες τις x_1 και x_2. Να βρεθούν:

1. Το άθροισμα S των ριζών x_1 και x_2,
2. Το γινόμενο P των ριζών x_1 και x_2,
3. Η τιμή της παράστασης $A = x_1^2 + x_2^2$,
4. Η τιμή της παράστασης $B = \frac{x_1}{x_2+1} + \frac{x_2}{x_1+1}$

Ζ. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 + 2x - \lambda + 4 = 0,\ \lambda \in R$.

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πάντοτε πραγματικές λύσεις.

2. Να προσδιορίσετε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση να έχει μια διπλή ρίζα την οποία και να βρείτε.

3. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in R$, η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες.

4. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης αυτής και $x_1^2 + x_2^2 = 10$, να βρείτε τις τιμές του λ.